الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A=1-i$ و $z_B=3+3i$.

1) أ) اكتب z_A ، z_B على الشكل الأسي .

ب) n عدد طبيعي ، عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا.

جـ) z عدد مركب حيث: $\frac{z}{z_A}=4e^{i\frac{\pi}{12}}$ ؛ احسب طويلة العدد z وعمدة له ، ثم اكتب $\frac{z}{z_A}$ على الشكل الجبري.

د) استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

2) أ) احسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) احسب z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\left\{(A;-1),(B;1),(C;1)\right\}$، ثمّ بيّن أنّ $ABDC$ مربع .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A\left(1;2;2\right)$، $B\left(2;0;2\right)$، $C\left(-2;3;7\right)$

والمستوي $(\mathscr{P})$ المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases}x=2+\beta\\ y=-1-3\alpha-\beta\\ z=-\alpha\end{cases}$ α و β وسيطان حقيقيان.

1) أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية لـه .

2) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathscr{P})$ ، ثمّ بيّن أنّ المستويين $(\mathscr{P})$ و (ABC) متعامدان .

ب) بيّن أنّ تقاطع $(\mathscr{P})$و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$; $\begin{cases}x=5+4t\\ y=-4-7t\\ z=-t\end{cases}$.

3) أ) عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\left\{(A;1),(B;1),(C;-1)\right\}$.

ب) احسب المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ).

4) لتكن $(\mathcal{P}')$ مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\vec{u}=0$ ($\vec{u}$ هو شعاع توجيه (Δ)).

أ) بيّن أن المجموعة $(\mathcal{P}')$ هي مستوٍ يطلب تعيين عناصره المميزة، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له.

ب) بيّن أن المستويات الثلاثة $(\mathcal{P})$، (ABC) و $(\mathcal{P}')$ تتقاطع في نقطة واحدة E، ثمّ عيّن إحداثيات E .

ج) احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) .

التمرين الثالث: (03.5 نقطة)

1) أ) عيّن ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $3-2014^{2037}+42\times138^{2015}$ على 13 .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv0[13]$.

التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

I) h الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي : $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

3) استنتج أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$(وحدة الطول $1cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) أ) اثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.

ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .

ج) احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-1$ و $x=1$.

III) g الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ؛ ماذا تستنتج بالنسبة إلى g؟

2) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

3) انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

اختبار في مادة: الرياضيات   الشعبة: تقني رياضي   المدة: 04 ساعات ونصف

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		04 نقاط
1. أ - $z_A=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=\sqrt{2}e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$ ، $z_B=3\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$	0,5	
ب - $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n=e^{\frac{7n\pi}{4}}$ حقيقي معناه $\frac{7n\pi}{4}=k\pi$ وحسب غوص $n=4k$ حيث $k\in\mathbb{N}$	0,5	
جـ - لدينا: $z=z_A\times 4e^{i\frac{\pi}{12}}=4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ومنه $\lvert z\rvert=4\sqrt{2}$ و $\arg(z)=-\frac{\pi}{6}$	0,5	
$\frac{z}{z_A}=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$	0,5	
د - $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ و $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	0,5	
2. أ - $z_C-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z_B-z_A\right)$ ومنه $z_C=-3+i$	0,5	
المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .	0,25	
ب - $z_D=\frac{-z_A+z_B+z_C}{-1+1+1}=-1+5i$	0,25	
$z_D-z_C=z_B-z_A$ ومنه $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$ وبالتالي $ABDC$ متوازي أضلاع و ABC متساوي الساقين وقائم في A إذاً فهو مربع .	0,5	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		04,25 نقطة
1. أ - $\overrightarrow{AB}(1;-2;0)\not\parallel\overrightarrow{AC}(-3;1;5)$ ومنه النقط A و B و C تعين مستويا.	0,5	
ب - $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC).	0,5	
معادلة (ABC) هي: $2x+y+z-6=0$.	0,25	
2. أ - معادلة المستوي $(\mathcal{P})$ هي: $x+y-3z-1=0$.	0,5	
$(\mathcal{P})$ و (ABC) متعامدان لأنّ $\vec{n}\perp\vec{n'}$ حيث $\vec{n'}(1;1;-3)$. ومنه $\vec{n}.\vec{n'}=0$	0,25	
ب - بالتعويض نجد $(\Delta)\subset(\mathcal{P})$ و $(\Delta)\subset(ABC)$	0,5	
3. أ - $H(5;-1;-3)$	0,5	
ب - $d(H;(\Delta))=d(H;(\mathcal{P}))=\frac{12\sqrt{11}}{11}$	0,5	
4. أ - لدينا: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)\vec{u}=0$ تكافئ $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0$ ومنه $(\mathcal{P}')$ هو المستوي الذي يشمل النقطة H و $\vec{u}$ شعاع ناظمي له .	0,5	
معادلة $(\mathcal{P}')$ هي $4x-7y-z-30=0$.	0,25	

تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
ب - $(\mathcal{P})\cap(ABC)\cap(\mathcal{P}')=(\Delta)\cap(\mathcal{P}')=\{E\}$ ومنه $E\left(\frac{43}{11};-\frac{23}{11};\frac{3}{11}\right)$	0,5	0,75 نقطة
جـ - $d(H;(\Delta))=EH=\frac{12\sqrt{11}}{11}$	0,25	
التمرين الثالث: (03,5 نقطة)		03, 5 نقطة
1. أ - $8^0\equiv1[13]$، $8^1\equiv8[13]$، $8^2\equiv12[13]$، $8^3\equiv5[13]$، $8^4\equiv1[13]$ ومنه لكل $k\in\mathbb{N}$ $8^{4k+\alpha}\equiv8^\alpha[13]$ مع $\alpha\in\{0;1;2;3\}$.	01	
ب - $42\times138^{2015}+2014^{2037}-3\equiv3\times5-1-3[13]$ ومنه الباقي 11.	0,75	
2. أ - $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+1)8^{2n}-(-8)^{2n+3}[13]$ أي $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+1)8^{2n}+8^{2n}\times5[13]$ ومنه $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$	01	
ب - $5n+6\equiv0[13]$ لأن 8^{2n} أولي مع 13 إذاً $n\equiv4[13]$ و $n\in\mathbb{N}$	0,75	
التمرين الرابع: (07,5 نقطة)		04 نقطة
I) 1. $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2}h(x)=+\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$	0,5	
2. من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $h'(x)=\frac{2(x^2+4x+3)}{x+2}$	0,25	
الدالة h متناقصة تماما على $]-2;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$	0,25	
جدول تغيرات الدالة h.	0,25	
3. لكل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)\geq3$ ومنه $h(x)>0$.	0,25	
II) 1. $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2}f(x)=-\infty$	0,25	
$x=-2$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C_f).	0,25	
$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0,25	
2. أ - لكل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+2)^2}$	0,5	
ب - الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$	0,25	
جدول تغيرات الدالة f.	0,25	
3. أ - $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=0$ ومنه (Δ) المستقيم المقارب المائل لـ (C_f).	0,25	
ب - (C_f) تحت (Δ) على $]-2;-1]$ ؛ (C_f) فوق (Δ) على $[-1;+\infty[$	0,5	

تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
4. أ - لكل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f''(x)=\dfrac{-6+4\ln(x+2)}{(x+2)^3}$	0,25	03,5 نقطة
$f''(x)$ تنعدم عند $e^{\frac{3}{2}}-2$ وتغيّر إشارتها	0,25	
$A\left(e^{\frac{3}{2}}-2\,;e^{\frac{3}{2}}+3e^{-\frac{3}{2}}-1\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).	0,25	
ب - رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .	0,75	
جـ - $s=\int_{-1}^{1}f(x)dx=\left[\dfrac{1}{2}x^2+x+\ln^2(x+2)\right]_{-1}^{1}=\left(2+\ln^2 3\right)cm^2$	0,5	
III) 1. $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}=-3$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}=3$ الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند العدد -1	0,75	
2. المنحنى (C_g) يقبل نصفي مماسين عند النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;0)$.	0,25	
3. (C_g) ينطبق على (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$ و (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على المجال $]-2;-1[$.	0,5	

(الموضوع الثاني) — عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		04 نقاط
1. أ - الجملة: $\begin{cases}x=2+\lambda\\ y=3+2\lambda;(\lambda\in\mathbb{R})\\ z=1-2\lambda\end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).	0,5	
ب - إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) هي: $(1;1;3)$.	0,5	
2. $\vec{n}\perp\overrightarrow{v_{(D)}}$ و $\vec{n}\perp\vec{u}$ ومنه $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$	0,5	
المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ هي: $2x-2y-z+3=0$.	0,5	
3. أ - المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$ هي: $x+2y-2z-9=0$.	0,5	
ب - $E\in(\Delta)\cap(\mathcal{Q})$ ومنه $E\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{11}{3};\dfrac{1}{3}\right)$	0,5	
جـ - $d(B;(\Delta))=BE=\sqrt{10}$	0,5	
د - $S_{BEC}=\dfrac{1}{2}BE\times CE=2\sqrt{10}\,ua$	0,5	